

受験番号 Examinee number _____

令和 5 年度 東京大学大学院工学系研究科 技術経営戦略学専攻 入学試験
専門試験（数理的及び論理的思考能力を見るための問題）

令和 4 年 8 月 29 日（月）13:00～15:00

試験時間 120 分

2023 Entrance Examination, Department of Technology Management for Innovation,
Graduate School of Engineering, The University of Tokyo
Specialized Subjects (Problems designed to test mathematical and logical
ability)

13:00 – 15:00, Monday, August 29, 2022

Answer Time: 120 minutes

配布物 Distributions

1. 本冊子（1 冊） This booklet (1 piece)
2. 事前配布論文（2 篇） Pre-distributed paper (2 articles)
3. 解答用紙冊子（1 冊） Answer sheet booklet (1 piece)
4. 草稿用紙冊子（1 冊） Draft sheet booklet (1 piece)

注意事項 General instructions

- 解答開始の合図があるまで、問題冊子を開かないこと。Do not open this booklet until the start of the examination is announced.
- 上記配布物がすべて手元にあるか確認し、不足がある場合には申し出ること。Check that the distributions above are on your desktop. Notify your proctor if any of them is missing.
- 落丁、乱丁、印刷不鮮明があった場合には申し出ること。Notify your proctor if there are missing, disordered or unclearly printed pages.
- 問題冊子（本冊子）、解答用紙冊子および草稿用紙冊子の表紙に、受験番号を記入すること。また、解答用紙冊子の各ページの指定された箇所に受験番号を忘れず記入すること。Fill your examinee number at the cover page of this booklet, Answer sheet booklet and Draft sheet booklet, respectively. Also, do not forget to fill your examination number in the designated place at each page of Answer sheet booklet.
- 必要であれば、解答用紙の裏面を使って良い。You may use the reverse sides of answer sheets, if necessary.
- 各冊子のホチキス止めを外して使用しないこと。Do not remove the staples from each booklet.
- 日本語または英語で解答すること。Answers must be written in Japanese or English.
- 全ての配布物は持ち帰らないこと。Do not take any distributed items with you after the examination.

(空白ページ)

(空白ページ)

(空白ページ)

(空白ページ)

第 1 問

Problem 1

I. ある生物種の個体数の変化に関する以下の問いに答えよ。

1. 時刻 t において、とある環境に存在する生物種の個体数を $N(t)$ とする。今その増加率 $\frac{dN}{dt}$ が、個体数 N そのものと比例定数 r で比例すると考えられるとき、個体数 $N(t)$ を求めよ。ただし、 $N(0) = 4$ とし、また $r = 2$ とせよ。

2. 上記のモデルに環境の制約を加える。具体的には r が定数ではなく、以下の式(1)に従うと仮定する。その時、 $N(t)$ を求めよ。ただし、 $N(0) = 2$, また $r_0 = 20$, $\beta = 2$ とせよ。

$$r = r_0 - \beta N(t) \quad (1)$$

3. 問 I.2 の仮定の下で、 $N(t)$ と $\frac{dN}{dt}$ の関係を表すグラフの概形を描け。そのうえで $\frac{dN}{dt}$ が最大となる個体数 N を求めよ。

I. Answer the following questions about the population of a certain species of creatures.

1. The population of a certain species in a specific environment at time t is denoted as $N(t)$. Find $N(t)$, when its growth ratio, $\frac{dN}{dt}$, is directly proportional to N and its proportionality constant is r .
Let $N(0) = 4$ and $r = 2$.

2. The environmental constraints are introduced to the model in Question I.1. Find $N(t)$, when r follows the following Equation (1). Let $N(0) = 2$, $r_0 = 20$ and $\beta = 2$.

$$r = r_0 - \beta N(t) \quad (1)$$

3. Using the same assumption of Question I.2, plot the graph representing the relationship between N and $\frac{dN}{dt}$. Also, obtain N that gives the maximum value of $\frac{dN}{dt}$.

- II. 直交座標系 xyz において式(2)で表される平面と式(3)で表される曲面で囲まれた領域に関する以下の問いに答えよ。

$$z = 2x + 4y \quad (2)$$

$$z = x^2 + y^2 \quad (3)$$

1. 平面と曲面の交線を xy 平面に正射影してえられる曲線を求めよ。
2. 問 II.1 の結果を用いてその領域の体積を求めよ。

- II. Answer the following questions concerning the region bounded by the plane given by Equation (2) and the curved surface given by Equation (3) in the orthogonal Cartesian coordinate system xyz .

$$z = 2x + 4y \quad (2)$$

$$z = x^2 + y^2 \quad (3)$$

1. Find the orthogonal projection on the xy plane of the curve of intersection of the plane and curved surface.
2. Obtain the volume of the region, using the result of Question II.1.

(裏面へ続く)

- III. 区間 I において関数 $f(x)$ ($x \in I$) が無限回微分可能で、かつ任意の n 階の導関数 $f^{(n)}(x)$ が区間 I において連続であるとする。このとき、任意の点 a ($a \in I$) について、以下のテイラーの式が成り立つ。

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(a)}{n!} (x-a)^n \quad (4)$$

このとき、以下の問いに答えよ。

1. $a = 0$ とする。このとき、式(4)を用いて $\sin x$ を x に関するべき級数の形で表せ。
2. 問 III.1 の結果を用いて $\sin 2^\circ$ の近似値を有効数字 4 桁で求めなさい。ただし、 $\pi = 3.14159$ とせよ。
3. $a = 0$ とする。このとき、問 III.1 の結果を用いて $\frac{x}{\sin x}$ を x に関する 4 次までのべき級数の形で近似せよ。

- III. Suppose that a function $f(x)$ ($x \in I$) is infinitely differentiable in the interval I and that any n th derivative $f^{(n)}(x)$ is continuous in the interval I . In this case, for any point a ($a \in I$), the following Taylor's formula holds.

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(a)}{n!} (x-a)^n \quad (4)$$

Based on this, answer the following questions.

1. Let $a = 0$. Express $\sin x$ in the form of a power series related to x using Equation (4).
2. Find an approximate value of $\sin 2^\circ$ with 4 significant digits using the result of Question III.1. Assume $\pi = 3.14159$.
3. Let $a = 0$. Approximate $\frac{x}{\sin x}$ in the form of a power series up to the fourth order related to x using the result of Question III.1.

IV. ある材料を調達するとき、試作品を 5 つ作成して材料の強度が要求性能を満たしているかどうか統計的に検定する問題を考える。このとき、以下の問いに答えよ。

1. 材料の要求性能を「500 N/mm² 以上」とする。5 つの試作品について得られた強度は、試作品 A が 500 N/mm²、試作品 B, C, D, E はすべて 600 N/mm² であったと報告を受けた。このとき、この材料が上記の要求性能を満たしているかどうかについて、95%信頼区間の片側 t 検定により検定せよ。なお、母平均を μ 、標本平均を \bar{x} 、標本数を n 、不偏標準偏差を s とすると、母平均と標本平均の差異に関する値

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{s/\sqrt{n}} \quad (5)$$

はスチューデントの t 分布に従うものとし、自由度 4 で片側 5% の t 値は 2.132 であることを利用せよ。

2. 問 IV.1 と同様に材料の要求性能を「500 N/mm² 以上」とする。今度は、5 つの試作品について得られた強度が、試作品 A が 500 N/mm²、試作品 B, C, D, E は 600 N/mm² 以上であったと報告を受けた。このとき、要求性能は必ず満たされているといえるかどうか、理由とともに述べよ。なお、要求性能が満たされるかは問 IV.1 と同様に 95%信頼区間の片側 t 検定によって判断するものとする。

IV. Consider a problem on the statistical test in procuring a material whether its strength should meet the required performance or not by creating its five prototypes. Answer the following questions.

1. Let the required performance of the material be “500 N/mm² or more”. It is reported that among five prototypes, the strength of prototype A was 500 N/mm², and the strengths of prototypes B, C, D, and E were all 600 N/mm². Test by a one-tailed t-test for a 95% confidence interval whether the material meets the required performance or not. Notably, let μ be the population average, \bar{x} be the sample average, n be the number of samples, and s be the unbiased standard deviation, then assume that a value on the difference between the population and sample averages is expressed as

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{s/\sqrt{n}} \quad (5)$$

and follows the Student's t-distribution, and assume that the t-value is 2.132 for 5% on one-tailed with 4 degrees of freedom.

2. Similar to Question IV.1, let the required performance of the material be “500 N/mm² or more”. This time it is reported that among five prototypes, the strength of prototype A was 500 N/mm², and the strengths of prototypes B, C, D, and E were all 600 N/mm² or more. State with a reason whether the material always meets the required performance or not. Note that whether the material meets the required performance can be judged by a one-tailed t-test for a 95% confidence interval as with Question IV.1.

(裏面へ続く)

第 2 問

Problem 2

事前に送付した論文（H. R. Varian, “Big Data: New Tricks for Econometrics”, Journal of Economic Perspectives, Vol. 28, No. 2, pp. 3-28, Spring 2014）に関して、以下の問題に答えよ。

Answer the following questions regarding the paper sent to you beforehand (H. R. Varian, “Big Data: New Tricks for Econometrics”, Journal of Economic Perspectives, Vol. 28, No. 2, pp. 3-28, Spring 2014).

- I. ボストンの mortgage lending のデータ分析結果について、本論文では人種の変数の重要度がそれほど高くはないと指摘している。そのように、データ分析において、重要な変数であるかどうかを判断するための 1 つの方法として、論文中でどのように主張されているか。該当する 1 文を抜き出せ。
- I. Regarding the result of data analysis on mortgage lending in Boston, the paper points out that the variable of race is less important. Like that, as the way of judging whether a variable is important or not in data analysis, what does the author claim in the paper? Pick up one sentence from the paper corresponding to that.
- II. 本論文では、タイタニック号の生存者のデータを使った分析結果が紹介されている。同じデータを使って、以下の確率を求めよ。ただし、論文 p.9 の Table 2 で示されたデータ以外に乗客者はいないものとする。
 1. タイタニック乗客者リストの中から無作為に 1 人取り出したとき、生存者であった。それが 1 等客室 (Class 1) か 2 等客室 (Class 2) の乗客のいずれかである確率を求めよ。
 2. タイタニック乗客者のリストから無作為に 2 人取り出したとき、少なくとも 1 人は生存者であった。取り出した 2 人が共に 3 等客室 (Class 3) の乗客である確率を求めよ。
- II. The paper introduces the results analyzed with the Titanic survivor's data. Calculate the following probabilities using the same data. Assume that there is no passenger other than the data presented in Table 2 on p.9 in the paper.
 1. When one person was randomly selected from the Titanic passenger list, the person was a survivor. Calculate the probability that the selected person was either a Class 1 or Class 2 passenger.
 2. When two persons were randomly selected from the Titanic passenger list, at least one of the two was a survivor. Calculate the probability that the two selected persons were Class 3 passengers.

III. 論文中で議論されている「因果関係」について，次の問いに答えよ。

1. p.21～p.24 に出てくる「the counterfactual」とはどのような意味か。(50 字程度)
2. 本論文では control experiments よりも BSTS のような機械学習のアプローチの優位性を主張している。その理由について，論文中で説明されている内容を要約せよ。(300 字程度)

III. Answer the following questions related to “causality” discussed in the paper.

1. Explain the meaning of “the counterfactual”, which appears on pages 21-24. (Approximately 25 words)
2. The paper insists that a machine learning approach like BSTS has advantages over control experiments. Summarize the reason explained in the paper. (Approximately 150 words)

第 3 問

Problem 3

事前に送付した論文（G. O. Mohler, M. B. Short, P. J. Brantingham, F. P. Schoenberg, and G. E. Tita, “Self-Exciting Point Process Modeling of Crime”, Journal of the American Statistical Association, Vol. 106, Issue 493, pp. 100-108, March 2011）に関して，以下の問題に答えよ。

Answer the following questions regarding the paper sent to you beforehand (G. O. Mohler, M. B. Short, P. J. Brantingham, F. P. Schoenberg, and G. E. Tita, “Self-Exciting Point Process Modeling of Crime”, Journal of the American Statistical Association, Vol. 106, Issue 493, pp. 100-108, March 2011).

- I. 論文では，地震と犯罪の発生パターンの類似性に基づき，地震予測に使われるモデル（self-exciting point process）を犯罪発生予測に適用している。
1. 地震と犯罪の発生パターンにどのような類似性があるかについて，論文中の例を使いながら述べよ。（200 字程度）
 2. 問 I.1 で述べた類似性から self-exciting point process モデルが適用可能と考えられる他の例を，理由と共に 1 つ挙げよ。（100 字程度）
- I. Based on the similarity between the occurrence pattern of earthquakes and crimes, this paper applies the model used for earthquake prediction (self-exciting point process) to crime prediction.
1. Describe the similarity between the earthquake and crime patterns using the example(s) in the paper. (Approximately 100 words)
 2. Based on the similarity described in Question I.1, give another example where the self-exciting point process model is applicable, together with its reason. (Approximately 50 words)

II. 本論文で提案されている犯罪発生モデルに関して、次の問いに答えよ。

1. 本論文では、ノンパラメトリックな方法を使って式(10)（論文中 p.102）の g を推定している。ノンパラメトリックな方法を利用した理由を要約せよ。（100 字程度）
2. 図 6（論文中 p.105）の内容をふまえ、実社会でこの犯罪発生モデルを利用できる具体的な応用例を 1 つ挙げ、その利点を含めて述べよ。（200 字程度）
3. 本論文で示されている犯罪発生モデルのようなデータに基づくモデルを活用する際に、モデルの正確さ以外に実務者が考慮すべき点を述べよ。（300 字程度）

II. Answer the following questions regarding the proposed model of the occurrence of crime.

1. In this paper, the authors estimate g in Equation (10) (p.102 of the paper) using a nonparametric method. Summarize the reason why they use a nonparametric method. (Approximately 50 words)
2. Based on the results shown in Figure 6 (p.105 of the paper), describe one concrete application example that the crime occurrence model can be used in the real world with its benefit(s). (Approximately 100 words)
3. Toward utilizing data-driven models such as the crime occurrence model presented in this paper, describe the point(s) that practitioners should consider other than the accuracy of the model. (Approximately 150 words)

(空白ページ)

(空白ページ)