## 受験番号 Examinee number

令和7年度 東京大学大学院工学系研究科 技術経営戦略学専攻 入学試験 専門試験(数理的及び論理的思考能力を見るための問題)

> 令和 6 年 8 月 26 日 (月) 13:30~15:30 試験時間 120 分

2025 Entrance Examination, Department of Technology Management for Innovation, Graduate School of Engineering, The University of Tokyo

# Specialized Subjects (Problems designed to test mathematical and logical ability)

13:30 – 15:30, Monday, August 26, 2024 Answer Time: 120 minutes

### 配布物 Distributions

- 1. 本冊子(1冊) This booklet (1 piece)
- 2. 事前配布論文 (2 篇) Pre-distributed paper (2 articles)
- 3. 解答用紙冊子(1 冊) Answer sheet booklet (1 piece)
- 4. 草稿用紙冊子(1 冊) Draft sheet booklet (1 piece)

## 注意事項 General instructions

- 解答開始の合図があるまで、問題冊子を開かないこと。Do not open this booklet until the start of the examination is announced.
- 上記配布物がすべて手元にあるか確認し、不足がある場合には申し出ること。Check that the distributions above are on your desktop. Notify your proctor if any of them is missing.
- 落丁, 乱丁, 印刷不鮮明があった場合には申し出ること。Notify your proctor if there are missing, disordered or unclearly printed pages.
- 問題冊子 (本冊子), 解答用紙冊子および草稿用紙冊子の表紙に, 受験番号を記入すること。また, 解答用紙冊子の各ページの指定された箇所に受験番号を忘れず記入すること。 Fill your examinee number at the cover page of this booklet, Answer sheet booklet and Draft sheet booklet, respectively. Also, do not forget to fill your examination number in the designated place at each page of Answer sheet booklet.
- 必要であれば、解答用紙の裏面を使って良い。You may use the reverse sides of answer sheets, if necessary.
- 各冊子のホチキス止めを外して使用しないこと。Do not remove the staples from each booklet.
- 日本語または英語で解答すること。Answers must be written in Japanese or English.
- 全ての配布物は持ち帰らないこと。Do not take any distributed items with you after the examination.

## 問題 1

## **Problem 1**

I. 以下の問いに答えよ。

1. 
$$y = \frac{dy}{dx} + \cos x$$
 の一般解を求めよ。

2. 
$$z^3 = -1$$
 を満たす複素数  $z$  をすべて求めよ。

3. 
$$\int_0^1 x \log(x) dx$$
を計算せよ。

4. 
$$g(x,y) = x^3y - xy + 2y^2$$
 の極値をすべて求めよ。

I. Answer the following questions.

1. Find the general solution for 
$$y = \frac{dy}{dx} + \cos x$$
.

2. Find all the complex numbers 
$$z$$
 that satisfy  $z^3 = -1$ .

3. Calculate 
$$\int_0^1 x \log(x) \ dx$$
.

4. Find all the extrema of the function 
$$g(x, y) = x^3y - xy + 2y^2$$
.

II. 正誤が明確な二択の選択肢 1、2 から 1 つの選択肢を回答する 3 つのシステム A,B,C があり、それぞれのシステムは互いに独立に回答を出力し、その選択肢が正解である確率はそれぞれ 0.9, 0.8, 0.7 である。このとき、システム A,B,C に対して、正誤が明確な二択のある 1 つの問題を入力すると、各システムから 1 つずつ回答が出力され、計 3 つの回答を得た。

まず、得られた3つの回答から無作為に1つの回答を選ぶとき、次の問いに答えよ。

- 1. 選ばれた回答が不正解である確率を求めよ。
- 2. 選ばれた回答が不正解であるとき、その回答がシステム A による回答である確率を求めよ。

次に、得られた 3 つの回答の中で多数派の回答をシステム全体の回答とする。例えば、システム A,B が選択肢 1、システム C が選択肢 2 を出力した場合は、システム全体の回答は選択肢 1 となる。 このとき、次の問いに答えよ。

- 3. システム全体の回答が不正解である確率を求めよ。
- 4. システム全体の回答が不正解であるとき、システム A の回答が不正解である確率を求めよ。

次に、システム A,B,C がそれぞれ正しい選択肢を回答する確率が 0.9,  $\alpha$ ,  $\alpha$  ( $0 \le \alpha \le 1$ ) であるとき、次の問いに答えよ。

5. システム全体の回答が正解である確率が 0.99 以上となるような、最も小さい  $\alpha$  を求めよ。

II. There are three systems A, B, and C. Each system answers a choice from a question with two choices, 1 and 2, which are clearly correct and incorrect. Each system outputs its answer independently of each other and the probability that its answer is correct is 0.9, 0.8, and 0.7, respectively. When a single question with two choices, one correct and one incorrect, was inputted into the systems, one answer was obtained from each system, for a total of three answers.

First, suppose that one answer is chosen at random from the three answers obtained. Answer the following questions.

- 1. Find the probability that the chosen answer is incorrect.
- 2. When the chosen answer is incorrect, find the probability that the answer is one from the system A.

Next, assume that the majority answer among the three obtained answers is the system-wide answer. For example, if the systems A and B output the choice 1, and the system C outputs the choice 2, the system-wide answer is the choice 1. In this case, answer the following question.

- 3. Find the probability that the system-wide answer is incorrect.
- 4. When the system-wide answer is incorrect, find the probability that the system A's answer is incorrect.

Then, given that the probabilities that systems A, B, and C answer correctly are 0.9,  $\alpha$ , and  $\alpha$  ( $0 \le \alpha \le 1$ ), respectively. Answer the following question.

5. Find the smallest  $\alpha$  such that the probability of the system-wide answer being correct is greater than or equal to 0.99.

Ⅲ. 以下の連立微分方程式があるとき、次の問いに答えよ。

$$\frac{d}{dt}x(t) = Ax(t)$$

ここで 
$$\mathbf{x}(t) = \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{pmatrix}$$
,  $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & -3 \\ 2 & 3 & 3 \\ -2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ , 時刻  $t = 0$  における初期値を  $\mathbf{x}(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$  と

する。

- 1. 行列Aの固有値をすべて求めよ。
- 2. 行列Aを対角行列Dおよび正則行列Pを用いて  $A = PDP^{-1}$  の形で表すことを考える。このとき、Pを 1 つ求めよ。
- 3. 上記の連立微分方程式の解 x(t) を求めよ。

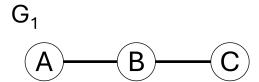
III. Given the following simultaneous differential equations, answer the following questions:

$$\frac{d}{dt}x(t) = Ax(t),$$

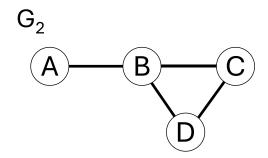
where 
$$\mathbf{x}(t) = \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{pmatrix}$$
,  $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & -3 \\ 2 & 3 & 3 \\ -2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ , and the initial value at time  $t=0$  is  $\mathbf{x}(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ .

- 1. Find all the eigenvalues of the matrix A.
- 2. Consider expressing the matrix A in the form  $A = PDP^{-1}$ , using the diagonal matrix D and the regular matrix P. Find a matrix P.
- 3. Find the solution x(t) of the above simultaneous differential equations.

IV. 以下の図のネットワーク $G_1$ において、各ノードは A,B,C の 3 人の人を表し、それらを結ぶエッジは友人関係があることを表す。任意の友人関係ネットワークGにおける「友人数の平均」をX(G)とする。例えば、 $X(G_1)=(1+2+1)/3=4/3$ となる。また、G における「友人の友人数の平均」、すなわち各人の各友人の友人数を列挙しその平均をとった値をY(G)とする。例えば、 $G_1$ において、 $Y(G_1)=(2+1+1+2)/4=3/2$ となる。



1. 図の A, B, C, D の 4 人からなるネットワーク $G_2$ について、 $X(G_2)$ と $Y(G_2)$ を求めよ。



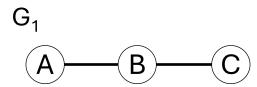
2. N個のノード $1, \cdots, N$ で構成されるネットワーク G を考える。各ノードの友人数を $k_1, \cdots, k_N$ とする。G における「友人の友人数の平均」 Y(G)は、

$$Y(G) = \frac{\sum_{j=1}^{N} k_j^2}{\sum_{i=1}^{N} k_i}$$

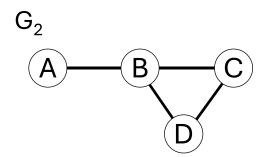
となることを示せ。なお、この問 IV. 2 を含め、以降では $N \geq 2$ かつ $\sum_{i=1}^N k_i > 0$ であると仮定する。

- 3. 任意のネットワークにおいて $X(G) \leq Y(G)$ となることを示せ。また、X(G) = Y(G)が成立するネットワーク G はどのような性質をもつかを説明せよ。
- 4. ノード数 6 のX(G) = Y(G)が成立する異なるネットワーク構造を、指定の解答欄に 5 つ図示せよ。ただし、図示する形状は 6 回の回転対称 (60°回転しても同一図形) となるものに限定する。

IV. In the network  $G_1$  shown in the figure below, three nodes represent persons A, B, and C respectively, and an edge connecting them indicates a friendship. Let X(G) be the "average number of friends" in any given friendship network G. For example,  $X(G_1) = (1+2+1)/3 = 4/3$ . Furthermore, let Y(G) represent the "average number of friends of friends." This value is calculated by listing the number of friends that each person's friends have and by taking the average of those values. For example,  $Y(G_1) = (2+1+1+2)/4 = 3/2$ .



1. Calculate  $X(G_2)$  and  $Y(G_2)$  for the network  $G_2$  consisting of four people: A, B, C, and D.



2. Consider a network G consisting of N nodes named  $1, \dots, N$ . Let the number of friends of each node be  $k_1, \dots, k_N$ . Demonstrate that the average number of friends of friends Y(G) is given by

$$Y(G) = \frac{\sum_{j=1}^{N} k_j^2}{\sum_{i=1}^{N} k_i}.$$

Note that including this question IV. 2, hereafter,  $N \ge 2$  and  $\sum_{i=1}^{N} k_i > 0$  are assumed.

- 3. Prove that  $X(G) \le Y(G)$  in any network G. Then, explain the characteristics of a network G for which X(G) = Y(G).
- 4. Illustrate 5 different network structures on the designated answer sheet, each of which consists of 6 nodes and satisfies X(G) = Y(G). Each structure must have 6-fold rotational symmetry (the structure has the same shape if rotated  $60^{\circ}$ ).

#### 問題2

#### **Problem 2**

事前に送付した論文 (David Silver, et. al., "Mastering the game of Go with deep neural networks and tree search", Nature, Vol. 529, No. 28, pp. 484-490, January 2016) について以下の問題に答えよ。

Answer the following questions regarding the paper sent to you beforehand (David Silver, et. al., "Mastering the game of Go with deep neural networks and tree search", Nature, Vol. 529, No. 28, pp. 484-490, January 2016).

- I. 木探索について次の問いに答えよ。
  - 1. 木探索 (tree search) とは一般にどのようなものか説明せよ。(100 字程度)
  - 2. 次の 3 つの条件で探索木を作ったときに、この探索木のノード数Nを最も簡単な式で表せ。なお、各ノードが1つの状態を表すものとし、b、d、iは自然数であるとする。

条件1:深さをdとする。

条件 2:深さi (=  $1, \dots, d$ )における各状態から遷移可能な状態数がb - i + 1である。ただし、b (> d)が初期状態から遷移可能な状態数である。

条件3:初期状態は1つである。

- I. Answer the following questions about tree search.
  - 1. What is tree search in general? (Approximately 50 words)
  - 2. When a search tree is created under the following three conditions, express the number of nodes N in this search tree using the simplest formula. Note that each node represents one state, and b, d, i are natural numbers.

Condition 1: The depth is d.

Condition 2: The number of states that can be transitioned to from each state at depth i (where  $i = 1, \dots, d$ ) is b - i + 1. Here, b (> d) is the number of states that can be transitioned to from the initial state.

Condition 3: There is one initial state.

- II. AlphaGo とは木探索と深層ニューラルネットワークを組み合わせた技術である。
  - 1. AlphaGo のシミュレーション時の行動選択を表した数式を本文から抜き出せ。また、その数式を SL policy network、value network、rollout policy network との関係をふまえて説明せよ。 (200 字程度)
  - 2. AlphaGo はどのように深層ニューラルネットを用いて木探索を効率化したか説明せよ。(150字程度)

- II. AlphaGo is a technology that combines tree search and deep neural networks.
  - 1. Extract the equation that expresses AlphaGo's action selection during simulation from the paper. Also, explain the equation in relation to the SL policy network, the value network, and the rollout policy network. (Approximately 100 words)
  - 2. Explain how AlphaGo uses deep neural networks to enhance the efficiency of tree search. (Approximately 75 words)
- III. 本文では、"However, prior work has been limited to shallow policies or value functions based on a linear combination of input features" (p. 484) と書かれている。これは従来のコンピュータ囲碁プログラム (computer Go programs) のどのような弱点になっていたと推察されるか。論文中の結果をふまえて 考察せよ。(200 字程度)
- III. According to the paper, authors mentioned that, "However, prior work has been limited to shallow policies or value functions based on a linear combination of input features." (p. 484). What would be the weakness of conventional computer Go programs? Discuss about it based on the result(s) in the paper. (Approximately 100 words)
- IV. 本論文は深層ニューラルネットワークと木探索を組み合わせることで、アルファ碁が人間のプロ棋士に勝利した方法について詳述している。この技術をあなたの関心のある領域(例:医療、金融、エネルギー、交通など)でどのように応用できるか、具体的な例を挙げて述べよ。(400 字程度)
- IV. This paper describes how AlphaGo beats professional human players by combining deep neural networks and tree search. Using specific examples, describe how this technology can be applied in the area(s) of your interest (e.g., healthcare, finance, energy, transportation, etc.). (Approximately 200 words)

(裏面へ続く)

#### 問題3

#### Problem 3

事前に送付した論文(Eero Vartiainen et al., "Impact of weighted average cost of capital, capital expenditure, and other parameters on future utility-scale PV levelised cost of electricity", Progress in Photovoltaics: Research and Applications Vol. 28, No. 6, pp. 439–453, 2020)に関して、以下の問題に答えよ。

Answer the following questions regarding the paper sent to you beforehand (Eero Vartiainen et al., "Impact of weighted average cost of capital, capital expenditure, and other parameters on future utility-scale PV levelised cost of electricity", Progress in Photovoltaics: Research and Applications, Vol. 28, No. 6, pp. 439–453, 2020).

- I. 本文の記述に基づいて CAPEX の減少が LR (Learning Rate) の効果だけでは説明しきれない例を 2 つあげよ。(約 50 字)
- I. Identify two examples where the reduction in CAPEX cannot be explained solely by the effect of LR (Learning Rate) based on the contents of the paper. (Approximately 25 words)
- II. 論文 p. 448 の FIGURE 9 に示されているように LCOE が都市によって変化する要因を論文内の記述をもとに説明せよ。(約 100 字)
- II. As shown in FIGURE 9 on p. 448 of the paper, explain the factors that cause LCOE to vary by cities based on the contents of the paper. (Approximately 50 words)
- III. ある大規模 PV 発電システムプロジェクト(utility-scale PV system project)を考える。このとき名目 WACC と LCOE を計算せよ。ただし、Table A に示される条件のもと 2022 年に設備導入し、2023 年、 2024 年の 2 年間運用する。計算は四捨五入して小数点 2 桁まで示すものとする。また計算に Table B を用いてもよい。
- III. Consider a utility-scale PV system project. Calculate the nominal WACC and LCOE. Assume that the system is installed in 2022 under the conditions shown in Table A and operates for two years from 2023 to 2024. Calculations should be rounded to two decimal places. You may use Table B for your calculation.

- IV. 変動する太陽光発電を系統電力網へ導入する際の蓄電池導入等の社会負担を、どのように配分するべきか、政策担当者の立場に立って自分の考えを述べよ。(約250字)
- IV. Describe your thoughts from the standpoint of a policy maker on how the social burden, such as the introduction of storage batteries, should be shared, when introducing the fluctuating solar power generation into the power grid. (Approximately 125 words)

Table A Conditions of the PV system project

	Value	Unit	
Year of initial investment	2022		
Start year of operation	2023		
Years of operation	2	[years]	
<b>Total CAPEX of the system</b>	0.52	[€/Wp]	
OPEX of the system (2023)	8.16	[€/kWp/year]	
OPEX of the system (2024)	7.28	[€/kWp/year]	
Annual yield (const.)	1,080	[kWh/kWp/year]	
Residual value of the system	80%	[of Total CAPEX]	
Inverter replacement	0	[times]	
Annual degradation	0	[%]	
Interest on debt	2.0%		
Interest on equity	11.0%		
Debt to equity ratio	90 / 10	[debt / equity]	
Corporate tax rate	50%		
Inflation rate	2.0%		

Table B Calculation matrix

r	(1+r)	$(1+r)^2$	$(1+r)^3$	(1+r) <sup>4</sup>
1.0%	1.010	1.020	1.030	1.041
2.0%	1.020	1.040	1.061	1.082
3.0%	1.030	1.061	1.093	1.126
4.0%	1.040	1.082	1.125	1.170
5.0%	1.050	1.103	1.158	1.216
6.0%	1.060	1.124	1.191	1.262
7.0%	1.070	1.145	1.225	1.311
8.0%	1.080	1.166	1.260	1.360